11X001 – Introduction à la programmation des algorithmes

2.3a Fonctions et Branchements

François Fleuret

https://fleuret.org/francois

28 Septembre, 2020

Le contenu de ce document a été en grande partie repris du cours de Jean-Luc Falcone.

UNIVERSITÉ
DE GENÈVE

FACULTY OF SCIENCE

Fonctions

Une fonction mathématique est une relation entre deux ensembles.

Pour chaque élément de l'ensemble de départ correspond un seul élément de l'ensemble d'arrivée.

Soit f une fonction d'un ensemble $\mathcal{X}$ vers un ensemble $\mathcal{Y}$, on peut la définir entièrement par un ensemble $\mathcal{G} \subset \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ de paires (x, y) tel que:

- $x \in \mathcal{X}$ et $y \in \mathcal{Y}$.
- Ces paires ont toutes un premier élément différent, e.g.

$$\forall x \in \mathcal{X}, \exists! y \in \mathcal{Y}, (x, y) \in \mathcal{G}.$$

Exemples

$$\begin{aligned} \mathsf{id} : \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ x &\mapsto x \end{aligned}$$

E.g. $\mathsf{id}(42) = 42$

Exemples

$$\begin{aligned} \mathsf{id} : \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ x &\mapsto x \end{aligned}$$

E.g. $\mathsf{id}(42) = 42$

$$\begin{aligned} \sqrt{} : \mathbb{R}^+ &\to \mathbb{R}^+ \\ x &\mapsto y \text{ t.q. } y^2 = x \end{aligned}$$

E.g. $\sqrt{2} = 1.41\ldots$

Exemples

$$\begin{aligned} \mathsf{id} : \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ x &\mapsto x \end{aligned}$$

E.g. $\mathsf{id}(42) = 42$

$$\begin{aligned} m : \mathbb{N} \times \mathbb{N} &\to \mathbb{Q} \\ (x, y) &\mapsto \frac{x+y}{2} \end{aligned}$$

E.g. $m(5, 12) = \frac{17}{2}$

$$\begin{aligned} \sqrt{} : \mathbb{R}^+ &\to \mathbb{R}^+ \\ x &\mapsto y \text{ t.q. } y^2 = x \end{aligned}$$

E.g. $\sqrt{2} = 1.41\ldots$

Exemples

$$\begin{aligned} \mathrm{id} : \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ x &\mapsto x \end{aligned}$$

E.g. $\mathrm{id}(42) = 42$

$$\begin{aligned} m : \mathbb{N} \times \mathbb{N} &\to \mathbb{Q} \\ (x, y) &\mapsto \frac{x+y}{2} \end{aligned}$$

E.g. $m(5, 12) = \frac{17}{2}$

$$\begin{aligned} \sqrt{} : \mathbb{R}^+ &\to \mathbb{R}^+ \\ x &\mapsto y \text{ t.q. } y^2 = x \end{aligned}$$

E.g. $\sqrt{2} = 1.41\ldots$

$$\begin{aligned} n : \mathbb{Z} &\to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \\ i &\mapsto (i-1, i, i+1) \end{aligned}$$

E.g. $n(8) = (7, 8, 9)$.

Question

Quelles expressions ci-dessous sont des fonctions ? Pour celles qui le sont, quels sont leurs ensembles de départ et d'arrivée?

- La couleur des pixels d'une image donnée ?
- La traduction d'un mot français en anglais ?
- L'altitude d'un point sur terre identifié par des coordonnées géographiques ?
- L'âge en années auquelle une personne mesure une taille donnée ?
- L'heure donnée par une pendule ?

Fonctions informatiques

Dans la programmation en général, une fonction est juste un sous-programme.

Fonctions informatiques

Dans la programmation en général, une fonction est juste un sous-programme.

En programmation fonctionnelle le concept de fonction est très similaire à ce même concept en mathématiques.

On parle alors de fonctions pures.

Une fonction pure:

- est un sous-programme se comportant comme une fonction mathématique,
- accepte des arguments (entrée) et retourne une valeur (sortie),
- retourne toujours la même valeur pour des arguments donnés.

Une fonction pure:

- est un sous-programme se comportant comme une fonction mathématique,
- accepte des arguments (entrée) et retourne une valeur (sortie),
- retourne toujours la même valeur pour des arguments donnés.

Une fonction pure ne peut pas:

- modifier ses arguments,
- modifier l'état du programme,
- accéder à d'autres valeurs que ses arguments,
- avoir des "effets de bords".

Exemples de fonctions pures:

- Additionner deux nombres.
- Calculer la moyenne d'un tableau de nombres.
- Calculer la luminosité d'une couleur.
- Créer une version en niveau de gris d'une image couleur.

Exemples de fonctions pures:

- Additionner deux nombres.
- Calculer la moyenne d'un tableau de nombres.
- Calculer la luminosité d'une couleur.
- Créer une version en niveau de gris d'une image couleur.

Exemples de fonctions "impures":

- Lire un fichier.
- Rendre une image floue en la modifiant.
- Compléter une base de donnée.
- Uploader un fichier sur le web.

Définition de fonctions en Swift

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}
```

Définition de fonctions en Swift

Arguments

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}
```

Définition de fonctions en Swift

Arguments Résultat

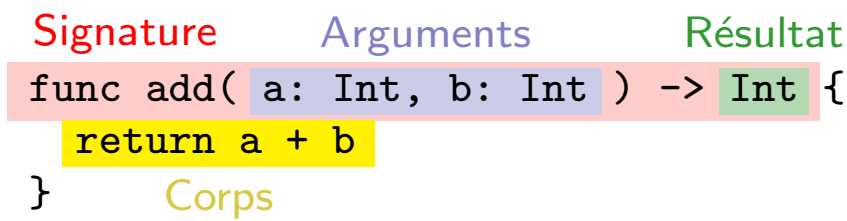
```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}
```

Définition de fonctions en Swift

Signature Arguments Résultat

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}
```

Définition de fonctions en Swift



Utilisation de fonctions en Swift

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}

let q = add( a: 2, b: 12 )
print(q) // Affiche 14
```

Signature

- Une fonction peut accepter zéro, un ou plusieurs arguments.
- Le type de chaque argument doit être spécifié.
- Le type de retour doit être spécifié.
- Le nom d'appel de chaque argument doit être spécifié.

Exemples

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int
```

```
func favoriteColor( u: User ) -> Color
```

```
func dayOfWeek( d: Date ) -> Day
```

Fonctions pures sans argument

Soient les limitations d'une fonction pure vues ci-dessus, que signifie une fonction sans argument ?

```
func truc() -> Int {
  // ???
}
```

Types de fonctions

Chaque fonction a un type, formé du type de ses arguments et du type de la valeur retournée. Par exemple:

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}
```

a le type `(Int, Int) -> Int`.

Types de fonctions

Chaque fonction a un type, formé du type de ses arguments et du type de la valeur retournée. Par exemple:

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}
```

a le type `(Int, Int) -> Int`.

```
func truc() -> Int {
  // ???
}
```

a le type `()->Int`.

Types de fonctions

Chaque fonction a un type, formé du type de ses arguments et du type de la valeur retournée. Par exemple:

```
func add( a: Int, b: Int ) -> Int {
  return a + b
}
```

a le type `(Int, Int) -> Int`.

```
func truc() -> Int {
  // ???
}
```

a le type `()->Int`.

```
func favoriteColor( u: User ) -> Color {
...
}
```

a le type `(User)->Color`.

Retour

La déclaration `return` termine la fonction et indique la valeur à retourner.

Toute code après cette déclaration est illégal.

```
func add( x: Int, y: Int ) -> Int {
  print("Avant l'addition")
  return x + y
  print("Après l'addition") // Erreur de compilation
}
```

Typage statique

Swift vérifie statiquement que le typage et correct, e.g.

```
 1> func pasTerrible(a: Int) -> Double {
 2.     return a
 3. }
error: repl.swift:2:12: error: cannot convert return expression
of type 'Int' to return type 'Double'
```

Exemple: transformer une couleur en niveaux de gris

```
struct Color {
  let red: UInt8
  let green: UInt8
  let blue: UInt8
}

func grayLevels( color: Color ) -> Color {
  let avg = ( UInt16(color.red) +
              UInt16(color.green) +
              UInt16(color.blue) ) / 3
  let level = UInt8(avg)
  return Color( red: level, green: level, blue: level )
}
```

Exemple: transformer une couleur en niveaux de gris

```
struct Color {
  let red: UInt8
  let green: UInt8
  let blue: UInt8
}

func grayLevels( color: Color ) -> Color {
  let avg = ( UInt16(color.red) +
              UInt16(color.green) +
              UInt16(color.blue) ) / 3
  let level = UInt8(avg)
  return Color( red: level, green: level, blue: level )
}

let orange = Color( red: 255, green: 127, blue: 0 )
let gray = grayLevels(color: orange)
```

Exemple: calcul de prix

```
struct Item {
  let description: String
  let amount: UInt
  let price: UInt
}

func total( item: Item, tax: Double ) -> UInt {
  let beforeTax = item.amount * item.price
  let afterTax = (1 + tax) * Double(beforeTax)
  return UInt(afterTax)
}
```

Exemple: calcul de prix (2)

```
let apples = Item(description: "Pommes", amount: 12, price: 75)

let t = total( item: apples, tax: 0.045 )

print(t, "cts") // Affiche 940 centimes
```

Portée lexicale (*scope*)

Exercice: quel est l'affichage ?

```
let a = 100
let b = 20
let c = 3

func truc( x: Int ) -> Int {
  let b = -x
  return b * c
}

let w = truc(x: a)

print(a)
print(b)
print(w)
print(x)
```

Portée lexicale (*scope*)

La portée lexicale d'un identifiant (fonctions, constante, variable) est la portion du programme dans laquelle cet identifiant est défini

- Les déclarations au niveau supérieur ont une portée globale.
- Les déclarations entre accolades ont une portée locale.
- En cas de redéfinition, la portée la plus locale l'emporte.
- Les arguments d'une fonctions ont une portée locale à celle-ci.

Exemple

```
let a = 100  // Global
let b = 20   // Global
let c = 3    // Global

func truc( x: Int ) -> Int { // truc globale, mais x local
  let b = -x    // b local, cache b global
  return b * c
}

let w = truc(x: a) // w global
```

Fonctions imbriquées

On peut définir des fonctions dans une fonctions, celles-ci sont locales à cette dernière.

Par exemple:

```
func f( x: Double, y: Double ) -> Double {
  func sq( a: Double ) -> Double {
    return a * a
  }
  return sq(a: x) + sq(a: y)
}
```

Fonctions imbriquées (2)

Quel sera l'affichage ?

```
func f( x: Double, y: Double ) -> Double {
  func sq( a: Double ) -> Double {
    print("SQ:", a)
    return a * a
  }
  print("F:", x, y)
  return sq(a: x) + sq(a: y)
}

print( "RES:", f(x: 1, y: 2 ) )
```

Fonctions imbriquées (2)

Quel sera l'affichage ?

```
func f( x: Double, y: Double ) -> Double {
  func sq( a: Double ) -> Double {
    print("SQ:", a)
    return a * a
  }
  print("F:", x, y)
  return sq(a: x) + sq(a: y)
}

print( "RES:", f(x: 1, y: 2 ) )
```

```
F: 1.0 2.0
SQ: 1.0
SQ: 2.0
RES: 5.0
```

Fonctions imbriquées (3)

Quel sera l'affichage ?

```
func f( x: Double, y: Double ) -> Double {
  func sq( a: Double ) -> Double {
    return x * x
  }
  return sq(a: x) + sq(a: y)
}

print( "RES:", f( x: 10, y: 5 ) )
```

Fonctions imbriquées (3)

Quel sera l'affichage ?

```
func f( x: Double, y: Double ) -> Double {
  func sq( a: Double ) -> Double {
    return x * x
  }
  return sq(a: x) + sq(a: y)
}

print( "RES:", f( x: 10, y: 5 ) )
```

Attention: on a utilisé `x` au lieu de `a` dans `sq` !

```
RES: 200.0
```

Fonctions imbriquées (4)

Quel sera l'affichage ?

```
func f( x: Double, y: Double ) -> Double {
  func sq( a: Double ) -> Double {
    return x * x
  }
  return sq(a: x) + sq(a: y)
}

print( "RES:", sq( a: 10 ) )
```

Fonctions imbriquées (4)

Quel sera l'affichage ?

```
func f( x: Double, y: Double ) -> Double {
  func sq( a: Double ) -> Double {
    return x * x
  }
  return sq(a: x) + sq(a: y)
}

print( "RES:", sq( a: 10 ) )
```

Erreur: la fonction `sq` n'existe pas en dehors de `f`.

```
error: repl.swift:23:16: error: use of unresolved identifier 'sq'
print( "RES:", sq( a: 10 ) )
```

Noms des arguments vs. noms d'appel

On peut définir des noms d'appel différents des noms des argument dans la fonction:

```
func grayLevels( color c: Color ) -> Color {
  let avg = ( c.red + c.green + c.blue ) /3
  return Color( red: avg, green: avg, blue: avg )
}

let orange = Color( red: 255, green: 127, blue: 0 )
let gray = grayLevels(color: orange)
```

Sans nom d'appel

On peut supprimer le nom d'appel en utilisant un underscore:

```
func grayLevels( _ c: Color ) -> Color {
  let avg = ( c.red + c.green + c.blue ) /3
  return Color( red: avg, green: avg, blue: avg )
}

let orange = Color( red: 255, green: 127, blue: 0 )
let gray = grayLevels(orange)
```

Sans nom d'appel (2)

```
func f( _ x: Double, _ y: Double ) -> Double {
  func sq( _ x: Double ) -> Double {
    return x * x
  }
  return sq(x) + sq(y)
}

f(12, -13)
```

Exemple

Distance entre deux points

```
struct Point {
  let x, y: Double
}

func distance(between p: Point, and q: Point) -> Double{
  func sq( _ x: Double ) -> Double { return x * x }
  return sqrt( sq(p.x-q.x) + sq(p.y-q.y) )
}

let d = distance( between: Point(x: 0, y: 0),
                      and: Point(x: 2.5, y: 3) )
```

Surcharge de fonctions

Surcharge de fonctions (1)

On peut définir plusieurs fonctions qui différent par le type des arguments:

```
func add( x: Int, y: Int ) -> Int {
  return x + y
}

func add( x: Double, y: Double ) -> Double {
  return x + y
}

let a = add( x: 1, y: 2 )
let b = add( x: 1.5, y: -2.4 )
let c = add( x: 0.5, y: 7 )
```

Surcharge de fonctions (2)

On peut définir plusieurs fonctions qui différent par le nombre d'arguments:

```
func add( x: Int ) -> Int {
  return x
}

func add( x: Int, y: Int ) -> Int {
  return x + y
}

func add( x: Int, y: Int, z: Int ) -> Int {
  return x + y + z
}

let a = add( x: 1 )
let b = add( x: 1, y: 2, z: 3 )
```

Surcharge de fonctions (3)

On peut définir plusieurs fonctions qui différent par les noms d'appel des arguments:

```
func add( x: Int, y: Int ) -> Int {
  return x + y
}

func add( from: Int, to: Int ) -> Int {
  func tri( _ n: Int ) -> Int {
    return n * (n+1) / 2
  }
  return tri(to) - tri(from)
}

let a = add(x: 1, y: 3)
let b = add(from: 2, to: 5)
```

Surcharge de fonctions (4)

On peut définir plusieurs fonctions qui différent par le type de retour:

```
func add( x: Int, y: Int ) -> Int {
  return x + y
}

func add( x: Int, y: Int ) -> Double {
  return Double(x + y)
}

let a: Int = add(x: 1, y: 2)
let b: Double = add(x: 1, y: 2)
```

Surcharge de fonctions (4)

On peut définir plusieurs fonctions qui différent par le type de retour:

```
func add( x: Int, y: Int ) -> Int {
  return x + y
}

func add( x: Int, y: Int ) -> Double {
  return Double(x + y)
}

let a: Int = add(x: 1, y: 2)
let b: Double = add(x: 1, y: 2)
```

Attention: Il peut y avoir des ambiguïtés:

```
let c = add(x: 1, y: 2)

./test.swift:11:9: error: ambiguous use of 'add(x:y:)'
let c = add(x: 1, y: 2)
        ^
```

Conseils et recommandation

- Utilisez des noms clairs et précis
- Évitez la surcharge des fonctions
- Préférez la portée la plus limitée possible

Branchements

Les structures de contrôle permettent de modifier le flux d'exécution du programme.

Il en existe plusieurs sortes:

- branchements,
- boucles,
- erreurs,
- sauts.

Attention

- Seuls les branchements sont compatibles avec la programmation fonctionnelle stricte.
- Les boucles seront vues dans la partie procédurale du cours.

If. . . Else. . .

La déclaration `if...else...` permet de choisir entre deux chemins d'exécution possibles:

```
func abs( _ x: Double ) -> Double {
  if x >= 0 {
    return x
  } else {
    return -x
  }
}

print( abs( 100 ) ) // Affiche 100.0
print( abs( -100 ) ) // Affiche 100.0
print( abs( 0 ) ) // Affiche 0.0
```

If. . . Else. . .

```
if x >= 0 {
  return x
} else {
  return -x
}
```

If. . . Else. . .

```
if x >= 0 {
  return x
} else {
  return -x
}
```

Condition

If. . . Else. . .

```
if x >= 0 {
  return x
} else {
  return -x
}
```

Condition

Cas vrai

If. . . Else. . .

```
if x >= 0 {
  return x
} else {
  return -x
}
```

Condition

Cas vrai

Cas faux

Exemple: If. . . Else. . .

```
func abs( _ x: Double? ) -> Double? {
  if x == nil {
    return nil
  } else {
    return abs( x! )
  }
}
```

Exemple: If... Else... (2)

```
func inverse( _ x: Int ) -> Double? {
  if x == 0 {
    return nil
  } else {
    return 1 / Double(x)
  }
}
```

Mauvais Exemple: If. . . Else. . .

```
func isGray( color c: Color ) -> Bool {
  if c.red == c.green && c.red == c.blue {
    return true
  } else {
    return false
  }
}
```

Mauvais Exemple: If. . . Else. . .

```
func isGray( color c: Color ) -> Bool {
  if c.red == c.green && c.red == c.blue {
    return true
  } else {
    return false
  }
}

// Meilleur code
func isGray( color c: Color ) -> Bool {
  return c.red == c.green && c.red == c.blue
}
```

Enchaîner les cas: else if

```
func sign( _ x: Double ) -> Double {
  if x > 0 {
    return 1
  } else if x < 0 {
    return -1
  } else {
    return 0
  }
}
```

Enchaîner les cas: else if (2)

```
func next( light: TrafficLight ) -> TrafficLight {
  if light == .red {
    return .green
  } else if light == .green {
    return .yellow
  } else {
    return .red
  }
}
```

Remarque: On verra une meilleure structure de contrôle pour les énumérations.

If...

On pourrait utiliser un `if` sans la clause fausse. Mais en programmation fonctionnelle cette construction est inutile !

On le réservera pour l'affichage (par exemple pour le debug):

```
func twice( _ x: Int ) -> Int {
  if x == 0  {
    print( "X est nul !" )
  }
  return 2 * x
}
```

FIN